第 40 卷　第 4 期
2022 年 12 月

天　文　学　进　展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 40, No. 4
Dec., 2022

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2022.04.06

用随机过程方法研究耀变体 4C 01.02 的射电和 γ 射线光变特征时标

张偲恒[1,2]，闫大海[1]，曾雨航[1,2]，王建成[1]

(1. 中国科学院 云南天文台 天体结构与演化重点实验室，昆明 650011； 2. 中国科学院大学，北京 100049)

摘要： 使用不同于传统的类傅里叶方法的 celerite 方法分析耀变体 4C 01.02 的 γ 射线和射电波段的长期光变特征。结果表明 celerite 中最简单的阻尼随机游走模型 (damped random walk, DRW) 可以成功地拟合射电和 γ 射线的长期光变曲线，而较为复杂的二阶随机过程 (stochastically-driven, damped harmonic oscillator, SHO) 并没有显著提升拟合优度。得到的内禀的 γ 射线光变特征时标约为 3 a，如此长的时标不能在轻子辐射模型中产生，但是在强子模型中是可能存在的，由此推测 4C 01.02 长期的 γ 射线辐射可能起源于强子过程。射电光变的内禀特征时标约为 10 a，它可能对应于射电辐射区的逃逸时标，这表明射电辐射产生于大尺度喷流。

关　键　词： 活动星系核；耀变体；射电光变；γ 射线光变；celerite 方法

中图分类号： P157.7　　　**文献标识码：** A

1　引　言

耀变体是一类相对论喷流几乎指向观测者的活动星系核。耀变体可分为蝎虎座型天体 (BL Lacertae object, BL Lacs) 和平谱射电类星体 (flat spectrum radio quasars, FSRQs)。通常，蝎虎座型天体本质上是低喷流功率的射电星系，而平谱射电类星体本质上是高喷流功率的射电星系[1, 2]。耀变体的辐射覆盖了整个电磁频谱，主要由相对论性喷流的辐射主导。耀变体典型的多波段能谱分布有两个不同的峰，低能量峰在红外到 X 射线波段，高能量峰在 γ 射线能量段[3, 4]。耀变体是最重要的河外 γ 射线源。

耀变体的 γ 射线辐射可由轻子过程和强子过程产生，目前没有定论。在轻子喷流模型中，γ 射线由喷流中相对论性电子对低能光子的逆康普顿散射产生，包括同步自康普顿散射[5, 6]和外康普顿散射[7–9]。在强子模型中，γ 射线主要来源于喷流中高能质子的同步辐射或

收稿日期： 2022-01-05；　**修回日期：** 2022-03-17

资助项目： 国家自然科学基金 (11803081)

通讯作者： 闫大海，yandahai@ynao.ac.cn

者质子与光子相互作用产生的辐射[10−13]。

耀变体的辐射有明显的光变。在 γ 射线波段，光变时标可以短至几分钟量级[14]，而在射电和光学波段光变时标可以长至数十年[15]。光变的分析是探索活动星系核物理本质的重要手段[16, 17]。Fermi γ 射线空间望远镜已经运行了十多年，搭载在其上的 Large Area Telescope (LAT) 提供了明亮耀变体的高质量的长期光变曲线。Owens Valley Radio Observatory (OVRO) 的 40 m 望远镜对耀变体的射电活动进行监测，补充了 Fermi 的 γ 射线观测[15]。这项工作的目的是利用 OVRO 和 LAT 数据研究高红移耀变体 4C 01.02 的射电和 γ 射线长期光变特性。

随机过程模型 (也称为高斯过程模型) 是分析活动星系核光变的有力工具[18]。活动星系核吸积盘的光学光变可以用一个简单的随机过程模型描述[19]，即阻尼随机游走模型 (DRW)。最近，随机过程方法被用于分析耀变体的 γ 射线光变[20, 21]，这些作者采用了由 Kelly 等人[17]开发的 CARMA 模型 (continuous time autoregressive moving average)，他们声称 CARMA(1,0) 过程 (即 DRW 模型) 不能很好地描述某些耀变体的 γ 射线数据的特征。celerite 是一个新的随机过程模型[22]，近几年被广泛地应用到了天体的光变研究中。Yang 等人[23]用 celerite 模型分析了 27 个可能存在 γ 射线准周期震荡的耀变体的 LAT 数据，仅在其中两个耀变体中发现了准周期震荡可能存在的证据。Zhang 等人[24]使用 celerite 在 PKS 0521-36 中发现了 γ 射线准周期震荡存在的显著证据。这些工作表明 celerite 模型适合用于耀变体的光变研究。

这里我们使用 celerite 模型来模拟耀变体 4C 01.02 的射电以及 γ 射线的光变曲线。除了 DRW 模型，我们还采用一个更高阶的阻尼简谐振荡模型 (SHO)，来研究 SHO 模型是否能比 DRW 模型更好地描述光变。此外我们也探讨了射电和 γ 射线光变的物理起源。本文第 2 章简单介绍我们使用的随机过程模型；第 3 章详细展示分析得到的拟合结果；最后在第 4 章对得到的结果进行讨论并给出总结。

2 随机过程模型

随机过程 (也称为高斯过程) 是由一个均值函数 $\mu_\theta(x)$ 和一个协方差，或者叫核函数 $k_\alpha(x_n, x_m)$ 组成的随机模型[22]，这里的 θ 和 α 是参数。此处，坐标 $\boldsymbol{X} = (x^1, x^2, x^3 \cdots x^N)^{\mathrm{T}}$ 处的数据 $\boldsymbol{y} = (y^1, y^2, y^3 \cdots y^N)^{\mathrm{T}}$ 的对数似然函数是：

$$\ln L(\theta,\alpha) = \ln p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{X},\theta,\alpha) = -\frac{1}{2}\boldsymbol{r}_\theta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_\alpha^{-1}\boldsymbol{r}_\theta - \frac{1}{2}\ln \det\boldsymbol{K}_\alpha - \frac{N}{2}\ln(2\pi) \quad , \tag{1}$$

式中，$p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{X},\theta,\alpha)$ 是似然函数，$\boldsymbol{r}_\theta$ 是残差向量，$\boldsymbol{K}_\alpha$ 是 $N \times N$ 的协方差矩阵，其中 N 为数据个数。

对于给定的数据 $(\boldsymbol{y},\boldsymbol{X})$ ，参数 θ 和 α 可以使用非线性优化方法使似然函数 $L(\theta,\alpha)$ 最大时得到最优值，θ 和 α 的误差可以通过设置一个先验的$p(\theta,\alpha)$，而后通过马尔科夫链蒙特卡洛 (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 算法计算的参数后验分布得到。

DRW 模型的核函数为[22]：

$$k(t) = a\mathrm{e}^{-t/\tau_{\mathrm{DRW}}} \quad , \tag{2}$$

其中 a 是振幅参数，τ_{DRW} 是此模型的特征时标。

SHO 模型的微分方程为[22]：

$$\left[\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\,t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t} + \omega_0^2\right] y(t) = \varepsilon(t) \quad , \tag{3}$$

其中，ω_0 是阻尼振子的角频率，可以转化为特征时标 $\tau_{\mathrm{SHO}} = 2\pi/\omega_0$，$Q$ 是振子的品质因子，$\varepsilon(t)$ 则是白噪声，对应的功率谱 (power spectral density, PSD) 为[22]：

$$S(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{S_0\omega_0^4}{\left(\omega^2-\omega_0^2\right)^2 + \omega_0^2\omega^2/Q^2} \quad , \tag{4}$$

其中，S_0 是 $\omega = \omega_0$ 时的功率

这里，我们采用 celerite 模型来拟合光变曲线，并用贝叶斯信息准则 (Bayesian criterion deviance information criterion) 进行模型选择。

3 4C 01.02 光变曲线拟合结果

4C 01.02 (PKS B0106+013) 是一个高红移 ($z = 2.099$) 的明亮 γ 射线平谱射电类星体。LAT 数据的分析遵循点源分析的标准①。我们选用大于 100 MeV 的数据，用标准工具 Fermipy[25] 以 30 d 数据为一个点来产生光变曲线。TS $< 25$② 的数据点被排除，以确保在分析中采用的数据可靠。

4C 01.02 的 15 GHz 射电光变曲线由 OVRO③ 提供。γ 射线的数据覆盖 MJD 54 697 到 59 377 (2008 年 8 月 19 日至 2021 年 6 月 12 日) 期间，射电数据覆盖 MJD 54 910 到 58 071 (2009 年 3 月 12 日到 2017 年 11 月 14 日) 期间。

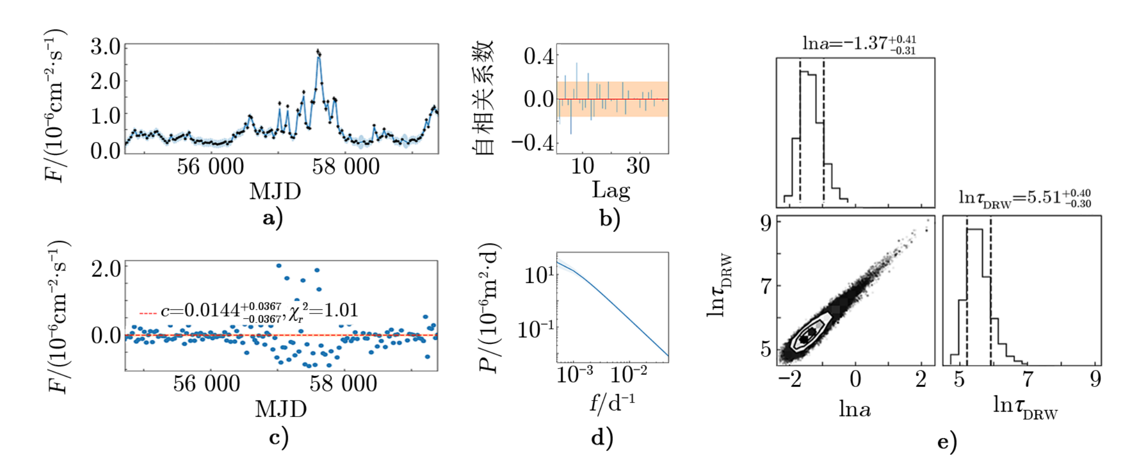
我们用 celerite 模型中的 DRW 和 SHO 模型拟合光变曲线，并使用 MCMC sampler emcee[26] 来提升拟合质量。每次拟合我们让 MCMC sampler 使用 32 个平行的行走器游走 10 000 步作为预拟合，再用 20 000 步来得到 MCMC 的样本。

图 1 展示了 γ 射线光变曲线的 DRW 模拟结果，图 2 为 SHO 的模拟结果。对于每个模型，我们展示了光变曲线的拟合，标准化残差的自相关函数 (auto correlation function, ACF)，标准化残差分布以及由拟合结果计算得到的功率谱。标准化残差分布中的红色虚线是对标准化残差的常数最优拟合。由 MCMC 得到的模型参数的后验分布展示在图 e)。

① http://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/analysis/documentation/Pass8 usage.html

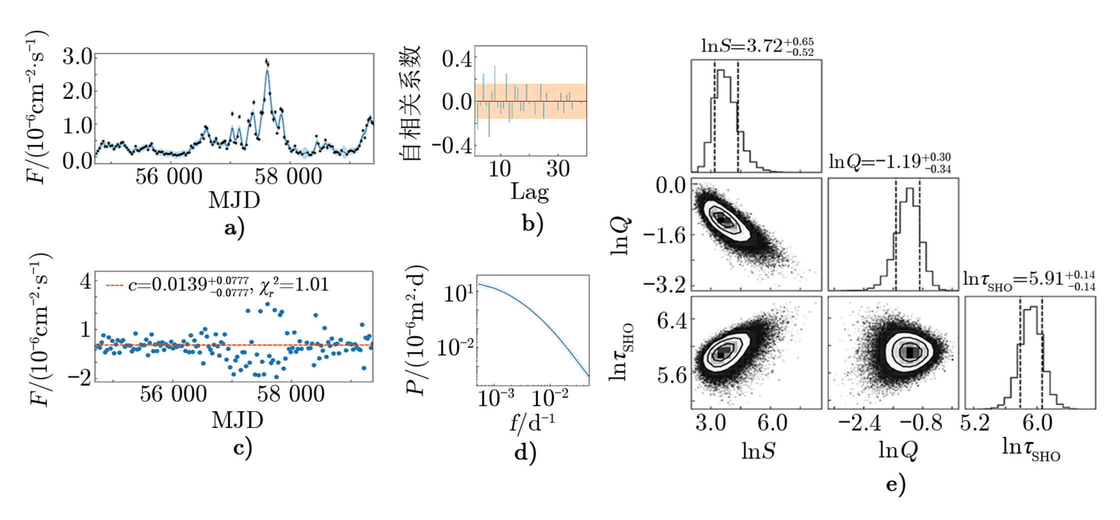
② Test Statistics (TS) 定义为 $2\lg(L/L_0)$，其中 L 是对在目标区域的有点源时模型的最大似然函数，L_0 则是没有源时的最大似然函数[27]。

③ https://sites.astro.caltech.edu/ovroblazars/



注：a) 光变曲线最优拟合与 LAT 数据，阴影区域为 95% 置信区间；b) 标准化残差自相关函数 (ACF)；c) 标准化残差分布 (红线为最优常数拟合)；d) 功率谱；e) corner 模型的参数分布。

图 1　celerite 4C 01.02 的 γ 射线光变曲线的 DRW 拟合结果

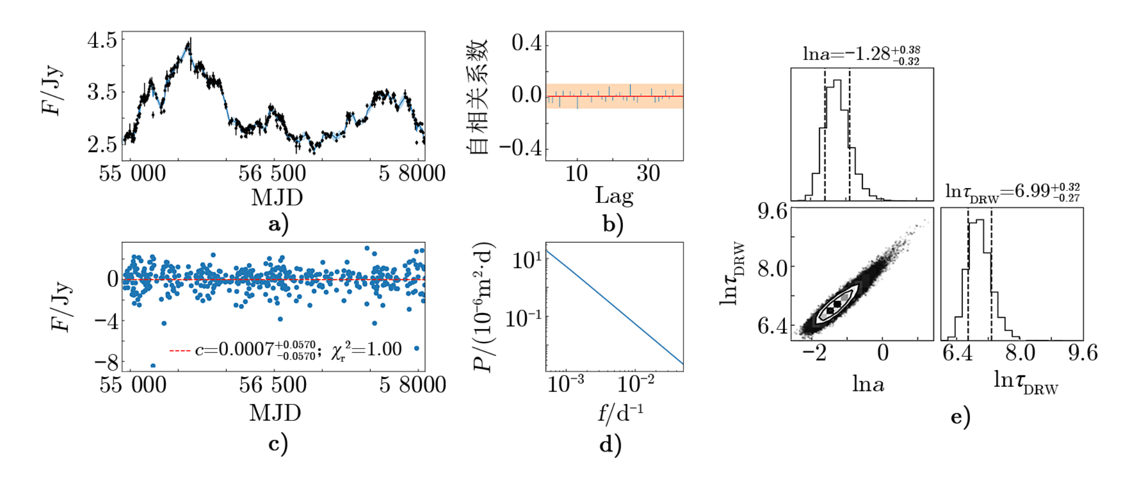


注：各图含义与图 1 相同。

图 2　celerite 4C 01.02 的 γ 射线光变曲线的 SHO 拟合结果

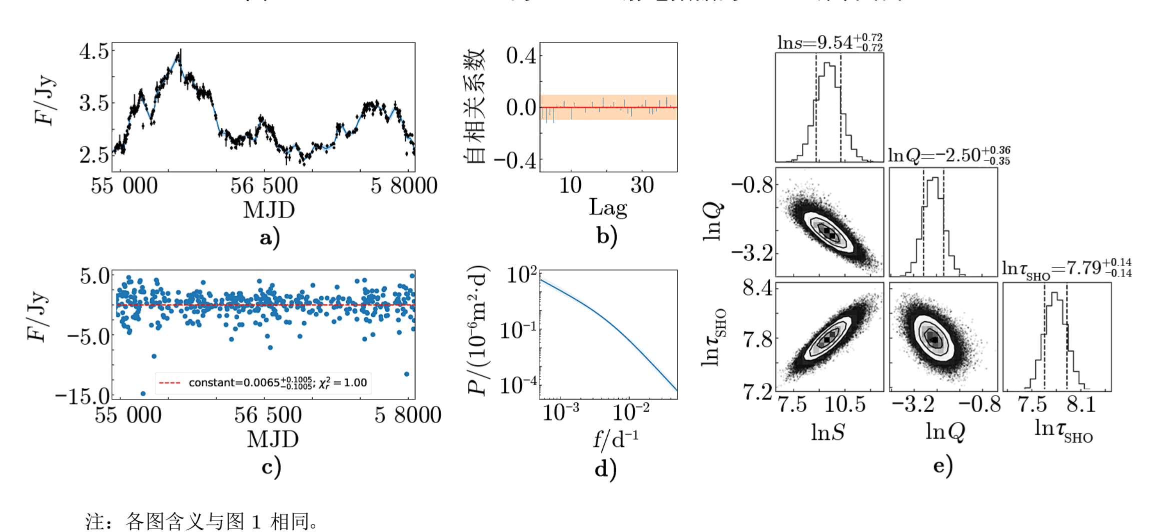
从图中可以看出，DRW 和 SHO 的拟合结果都是可以接受的：残差的自相关函数几乎都在白噪声 95% 置信区间的阴影范围内，说明两种拟合都抓住了光变曲线中的特征。此外，从残差分布图中可以看到残差几乎均匀随机地分布在 $y=0$ 的两侧，而且常数拟合的结果非常接近 0 (约化卡方值 $\chi_r^2 \approx 1$)，这也表明这两个模型的拟合结果都是可以接受的，DRW 和 SHO 的模型参数都限制得很好。

图 3 和图 4 展示了射电数据的拟合结果，与 γ 射线的结果相似，两个模型都成功地模拟了光变曲线，模型参数也限制得很好。



注：各图含义与图 1 相同。

图 3　celerite 4C 01.02 的 OVRO 射电数据的 DRW 拟合结果



注：各图含义与图 1 相同。

图 4　celerite 4C 01.02 的 OVRO 射电数据的 SHO 拟合结果

为了定量区别 DRW 与 SHO，我们计算两个模型的 DIC。DIC 的定义如下：

$$DIC = p_D + \overline{D(\theta)} \quad . \tag{5}$$

其中，$\overline{D(\theta)}$ 是方差 $D(\theta)$ 的平均值，等于 $-2\lg(L(\theta))$；p_D 是参数的有效数，用于描述模型的复杂程度，我们采用 $p_D = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{var}\,(D(\theta))$。$DIC$ 随拟合优度的增加而减小，随模型复杂度的增加而增大。

从表 1 中我们得知 DRW 与 SHO 的 DIC 相差很小，这表明这两种模型的拟合结果是可比较的。

在表 2 中，我们列出了两种模型计算得到的特征时标。可以看出，对于 γ 射线数据，

表 1　DRW 与 SHO 模型的 *DIC*

源名称	$DIC_{\mathrm{SHO},\gamma}$	$DIC_{\mathrm{DRW},\gamma}$	$DIC_{\mathrm{SHO},r}$	$DIC_{\mathrm{DRW},r}$
4C 01.02	26	24	827	831

$\tau_{\mathrm{DRW},\gamma}$ 和 $\tau_{\mathrm{SHO},\gamma}$ 在误差范围内是一致的，γ 射线的特征时标大概在 200 到 300 d。而对于射电波段，$\tau_{\mathrm{SHO},r}$ 大于 $\tau_{\mathrm{DRW},r}$。射电数据覆盖的时间略长于 τ_{SHO}，这可能会在确定 $\tau_{\mathrm{SHO},r}$ 时引入较大的偏差；射电数据的长度大概是 $\tau_{\mathrm{DRW},r}$ 的 3 倍，所以 $\tau_{\mathrm{DRW},r}$ 基本上是可信的[19]。$\tau_{\mathrm{DRW},r}$ 大概在 1 000 d 左右，明显大于 γ 射线时标。

表 2　最优拟合特征时标　　d

源名称	$\tau_{\mathrm{SHO},\gamma}$	$\tau_{\mathrm{DRW},\gamma}$	$\tau_{\mathrm{SHO},r}$	$\tau_{\mathrm{DRW},r}$
4C 01.02	369^{+55}_{-45}	245^{+120}_{-63}	$2\,416^{+363}_{-295}$	$1\,075^{+435}_{-246}$

4　讨论与总结

在这项工作中，我们使用 celerite 模型来拟合耀变体 4C 01.02 在射电和 γ 射线波段的流量变化，并得到每个波段长期变化的特征时标。结果表明，最简单的随机模型 DRW 和较为复杂的 SHO 模型都能成功描述射电和 γ 射线的光变曲线，两者的拟合结果相当，因此更复杂的 SHO 模型没有必要使用。这与活动星系核吸积盘光变的行为类似[19]。值得注意的是，我们从光变曲线中得到的特征时标是观测值，内禀时标应为 $\tau^0=\tau\ \delta_{\mathrm{D}}/(1+z)$，其中 δ_{D} 是多普勒因子。4C 01.02 的多普勒因子是未知的，平谱射电类星体的平均多普勒因子为 7~15[28–30]，因此我们采用平谱射电类星体的典型多普勒因子 $\delta_{\mathrm{D}}=10$，修正的 γ 射线特征时标大约为 3 a，而射电波段的特征时标约为 10 a。

通常认为这个光变特征时标对应于辐射系统的某个时标，如冷却时标、加速时标或逃逸时标等[31]。喷流中的 γ 射线辐射可由轻子过程和强子过程产生，目前没有定论[32]。4C 01.02 是一个典型的平谱射电类星体，在轻子模型中，它的 γ 射线通常由外康普顿过程产生，对应的冷却时标约为 10 d 量级[33]。这个冷却时标远小于我们得到的光变特征时标，因此我们认为 γ 射线光变特征时标不能由轻子辐射效应产生。而在强子模型中，相关过程的冷却时标可达数年甚至上百年[34]。这表明我们发现的长达约 3 a 的 γ 射线特征时标可以由强子过程产生，即 4C 01.02 的 γ 射线辐射可能起源于强子过程。具体的光变起源需要在含时强子模型框架下继续研究。

喷流中的射电辐射由高能电子的同步辐射贡献，同步辐射过程的冷却时标主要由磁场决定。在典型的喷流磁场的参数空间中，同步辐射的冷却时标可达 10 a[33]，因此射电的特征时标表明射电光变可能起源于辐射区磁场的扰动。此外，射电的特征时标也可能对应于辐射区的逃逸时标，由此可以限制射电辐射区的半径约为 10^{18} cm，即射电辐射产生于大尺度

喷流，这也符合一般的认识。值得强调的是对 γ 射线辐射起源的推断是针对长期光变特征的，不一定适用于短期的快速光变。

参考文献：

[1] Stickel M, Padovani P, Urry C M, et al. ApJ, 1991, 374: 431
[2] Urry C M, Padovani P. PASP, 1995, 107: 803
[3] Fan J H, Yang J H, Liu Y, et al. ApJS, 2016, 226: 20
[4] Madejski G, Sikora M. ARA&A, 2016, 54: 725
[5] Maraschi L, Ghisellini G, Celotti A. ApJ, 1992, 397: L5
[6] Yan D H, Zeng H D, Zhang L. MNRAS, 2014, 439: 2933
[7] Dermer C D, Schlickeiser R. ApJ, 1993, 416: 458
[8] Sikora M, Begelman M C, Rees M J. ApJ, 1994, 421: 153
[9] Yan D H, Zeng H D, Zhang L. PASJ, 2012, 64: 80
[10] Aharonian F A. New Astron., 2000, 5: 337
[11] Mücke A, Protheroe R J, Engel R, et al. Astroparticle Physics, 2003, 18: 593
[12] Böttcher M, Reimer A, Marscher A P. ApJ, 2009, 703: 1168
[13] Dermer C D, Murase K, Takami H. ApJ, 2012, 755: 147
[14] Ackermann M, Anantua R, Asano K, et al. ApJ, 2016, 824: 20
[15] Richards J L, Max-Moerbeck W, Pavlidou V, et al. ApJS, 2011, 194: 29
[16] Rieger F. Galax, 2019, 7: 28
[17] Kelly B C, Becker A C, Sobolewska M, et al. ApJ, 2014, 788: 33
[18] Kelly B C, Bechtold J, Siemiginowska A. ApJ, 2009, 698: 895
[19] Suberlak K L, Ivezić Ž, MacLeod C. ApJ, 2021, 907: 96
[20] Ryan J L, Siemiginowska A, Sobolewska M A, et al. ApJ, 2019, 885: 12
[21] Sobolewska M A, Siemiginowska A, Kelly B C, et al. ApJ, 2014, 786: 143
[22] Foreman-Mackey D, Agol E, Ambikasaran S, et al. AJ, 2017, 154: 220
[23] Yang S, Yan D, Zhang P, et al. ApJ, 2021, 907: 105
[24] Zhang H, Yan D, Zhang P, et al. ApJ, 2021, 919: 58
[25] Wood M, Caputo R, Charles E, et al. ICRC, 2017, 301: 824
[26] Foreman-Mackey D, Hogg D W, Lang D, et al. PASP, 2013, 125: 306
[27] Mattox J R, Bertsch D L, Chiang J, et al. ApJ, 1996, 461: 396
[28] Chen L. ApJS, 2018, 235: 39
[29] Liodakis I, Marchili N, Angelakis E, et al. MNRAS, 2017, 466: 4625
[30] Pei Z, Fan J, Yang J, et al. PASA, 2020, 37: e043
[31] Finke J D, Becker P A. ApJ, 2014, 791: 21
[32] Böttcher M. Galax, 2019, 7: 20
[33] Yan D, Zhang L, Zhang S-N. MNRAS, 2016, 459: 3175
[34] Yan D, Zhang L. MNRAS, 2015, 447: 2810

Studying Radio and γ-ray Variability Characteristic Timescales of the Blazar 4C 01.02 with Stochastic Process Method

ZHANG Si-heng[1,2], YAN Da-hai[1], ZENG Yu-hang[1,2], WANG Jian-cheng[1]

(1. Key Laboratory for the Structure and Evolution of Celestial Objects, Yunnan Observatories, Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Here, we use the celerite method, which is different from the traditional Fourier-like methods, to analyze the γ-ray and radio long-term variabilities of 4C 01.02. The results show that the simplest kernel in celerite, damped random walk (DRW), can successfully fit both radio and γ-ray long-term light curves, and the more complex second-order stochastic process (stochastically-driven damped harmonic oscillator, SHO) does not significantly improve the goodness of fit.

The intrinsic characteristic timescale of γ-ray variability is about 3 a, and such a long timescale cannot be generated in the leptonic emission model, but it is allowed in the hadronic model. We therefore speculate that the long-term γ-ray emission of 4C 01.02 may originate from hadronic process. The intrinsic characteristic timescale of radio variability is about 10 a. It may correspond to the escape timescale of the radio emission region, indicating that radio emission is produced in the large-scale jet.

Key words: active galactic nucleus; blazar; radio variability; γ-ray variability; celerite method